

## PUNNITUSONGELMA 2

**Avainsanat:** ongelmanratkaisu

**Luokkataso:** 3–

**Välineet:** kynä ja paperia

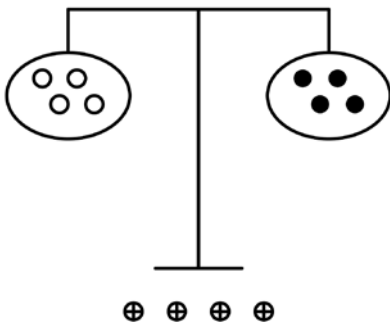
Sinulla on 12 samannäköistä kuulaa, joista yksi on eripainoinen kuin muut. Muut kuulat painavat yhtä paljon. Käytössäsi on kahden kupin vaaka ja merkkaustussi. Miten saat selville kolmella punnituksella, mikä kuulista on erilainen ja onko se painavampi vai kevyempi kuin muut?

### Ratkaisu

Tässä esitetty ratkaisu on eräs oikea ratkaisu, mutta muitakin on olemassa.

A. Jaetaan kuulat aluksi kolmeen 4 kuulaa ryhmään ja merkitään ne eri tavoilla. Kuvissa on valkoisia, mustia ja rastittuja kuulia.

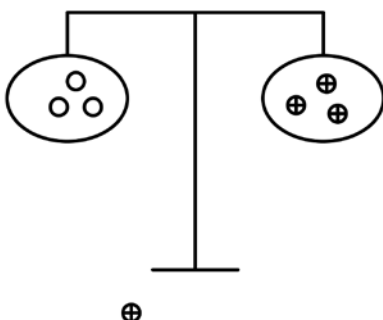
A.1. Vaaka on tasapainossa.



Nyt voidaan päätellä, että jokin rastituista kuulista on erilainen ja että valkoiset sekä mustat kuulat ovat normaalipainoisia.

B.1. Laitetaan seuraavaksi toiseen vaakakuppiin kolme rastittua kuulaa ja toiseen kolme valkoista, jolloin yksi rastittu kuula jää vaa'an ulkopuolelle.

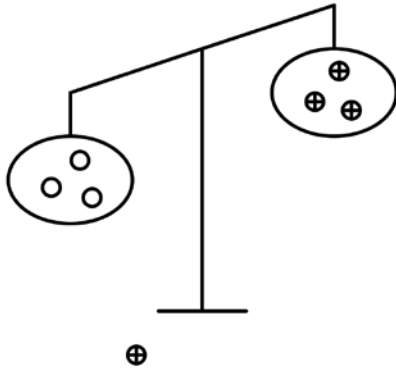
B.1.1. Vaaka on tasapainossa



Nyt voidaan päätellä, että ulkopuolelle jäänyt rastittu kuula on erilainen.

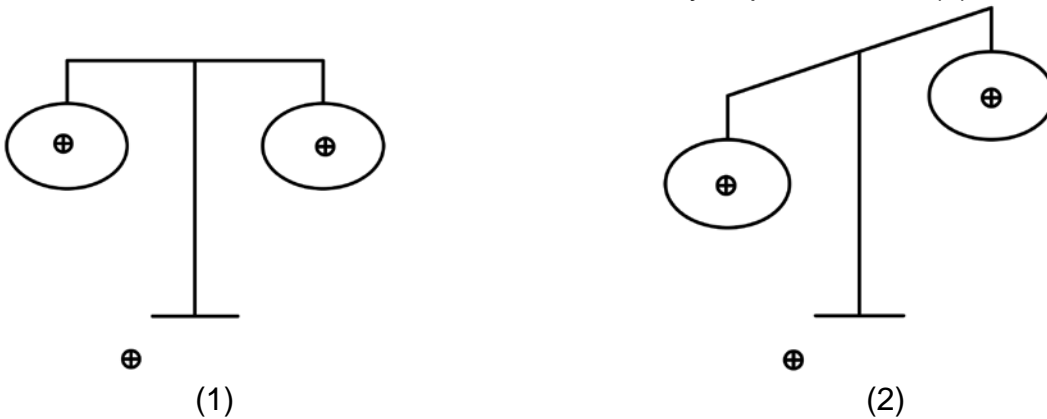
C.1.1. Laitetaan erilaisiksi todettu rastittu kuula toiseen vaakakuppiin ja valkoinen kuula toiseen, jolloin saadaan selville, onko erilainen kuula painavampi vai kevyempi kuin muut.

B.1.2. Valkoiset kuulat painavat enemmän.

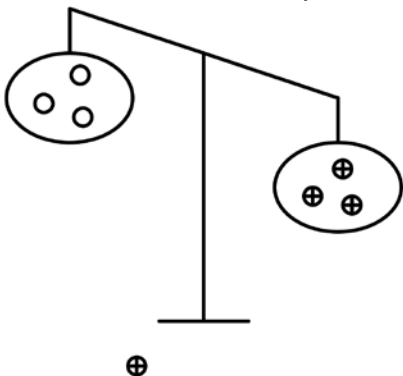


Nyt voidaan päätellä, että jokin vaakakupissa olevista kolmesta rastitusta kuulasta on kevyempi kuin muut kuulat.

C.1.2. Laitetaan yksi rastittu kuula yhteen vaakakuppiin, toinen toiseen ja jätetään kolmas ulkopuolelle. Mikäli vaaka on tasapainossa, voidaan päätellä, että vaa'an ulkopuolella oleva kuula on kevyempi kuin muut (1). Jos taas vaaka on epätasapainossa, voidaan päätellä, että korkeammalle noussut kuula on kevyempi kuin muut (2).

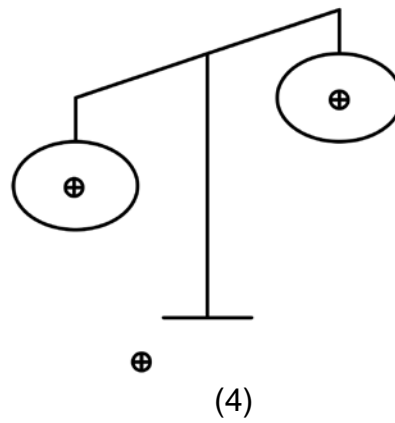
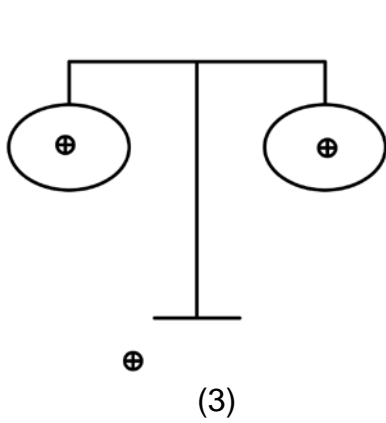


B.1.3. Rastitut kuulat painavat enemmän.

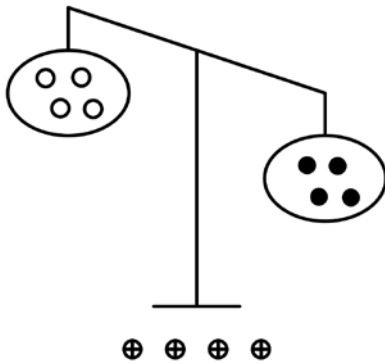


Nyt voidaan päätellä, että jokin vaakakupissa olevista kolmesta rastitusta kuulasta on painavampi kuin muut kuulat.

C.1.3. Laitetaan yksi rastittu kuula yhteen vaakakuppiin, toinen toiseen ja jätetään kolmas ulkopuolelle. Mikäli vaaka on tasapainossa, voidaan päätellä, että vaa'an ulkopuolella oleva kuula on painavampi kuin muut (3). Jos taas vaaka on epätasapainossa, voidaan päätellä, että alemmaksi painunut kuula on painavampi kuin muut (4).



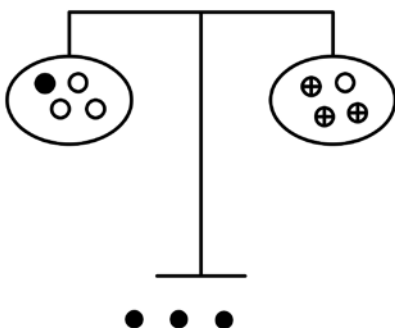
A.2. Vaaka on epätasapainossa.



Nyt voidaan päätellä, että joko alas painuneista kuulista jokin on muita painavampi tai ylös nousseista kuulista jokin on muita kevyempi. Ulkopuolelle jääneiden kuulien täytyy olla normaalipainoisia. Tässä tapauksessa joko yksi musta kuula on muita painavampi tai yksi valkoinen kuula on muita kevyempi. Rastitut kuulat ovat normaalipainoisia.

B.2. Laitetaan yhteen vaakakuppiin yksi valkoinen kuula ja kolme rastittua kuulaa ja toiseen vaakakuppiin yksi musta kuula ja kolme valkoista kuulaa. Tällöin vaa'an ulkopuolelle jää kolme mustaa kuulaa.

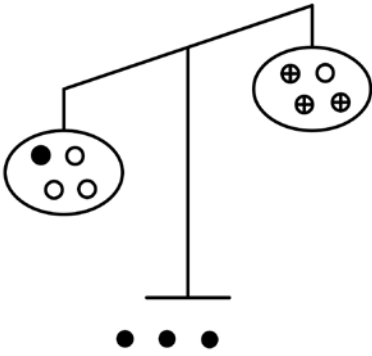
B.2.1. Vaaka on tasapainossa.



Nyt voidaan päätellä, että jokin kolmesta ulkopuolella olevasta mustasta kuulasta on painavampi kuin muut.

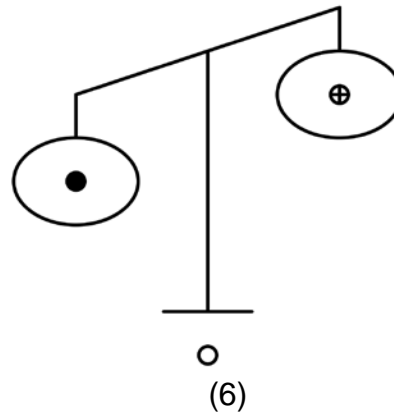
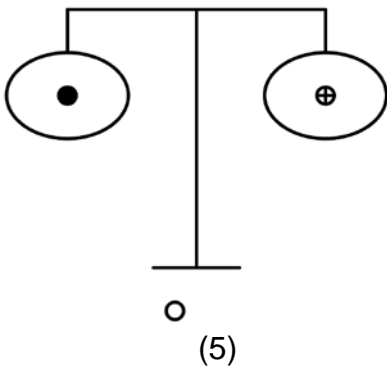
C.2.1. Vastaavasti kuin kohdassa C.1.3. voidaan päätellä, mikä kolmesta mustasta kuulasta on muita painavampi.

B.2.2. Kolme valkoista kuulaa ja yksi musta kuula painavat enemmän.

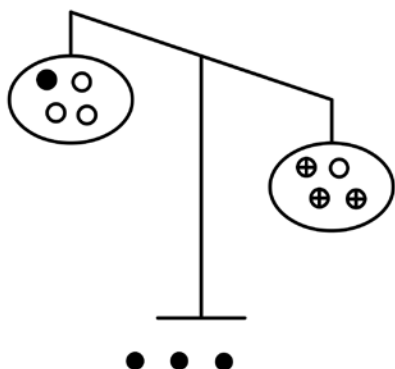


Nyt voidaan päätellä, että joko korkeammalla olevassa kupissa oleva valkoinen kuula on muita kevyempi tai alempana olevassa kupissa oleva musta kuula on muita painavampi.

C.2.2. Laitetaan yhteen vaakakuppiin epäilyksenalainen musta kuula ja toiseen kuppiin normaalipainoinen rastittu kuula. Epäilyksenalainen valkoinen kuula jää vaa'an ulkopuolelle. Mikäli vaaka on tasapainossa, voidaan päätellä, että vaa'an ulkopuolella oleva valkoinen kuula on kevyempi kuin muut (5). Jos taas vaaka on epätasapainossa, voidaan päätellä, että vaa'alla oleva musta kuula on muita painavampi (6).



B.2.3. Kolme rastittua kuulaa ja yksi valkoinen kuula painavat enemmän.



Nyt voidaan päätellä, että jokin kolmesta ylös nousseesta valkoisesta kuulasta on kevyempi kuin muut kuulat.

C.2.3. Vastaavasti kuin kohdassa C.1.2. voidaan päätellä, mikä kolmesta valkoisesta kuulasta on muita kevyempi.