

OPERAATIOKONE

Avainsanat: derivaatta, integraali, käänteisfunktio, operaatio

Luokkataso: MAA10, Kertauskurssi

Välineet: Kynä ja paperia

Tavoitteet:

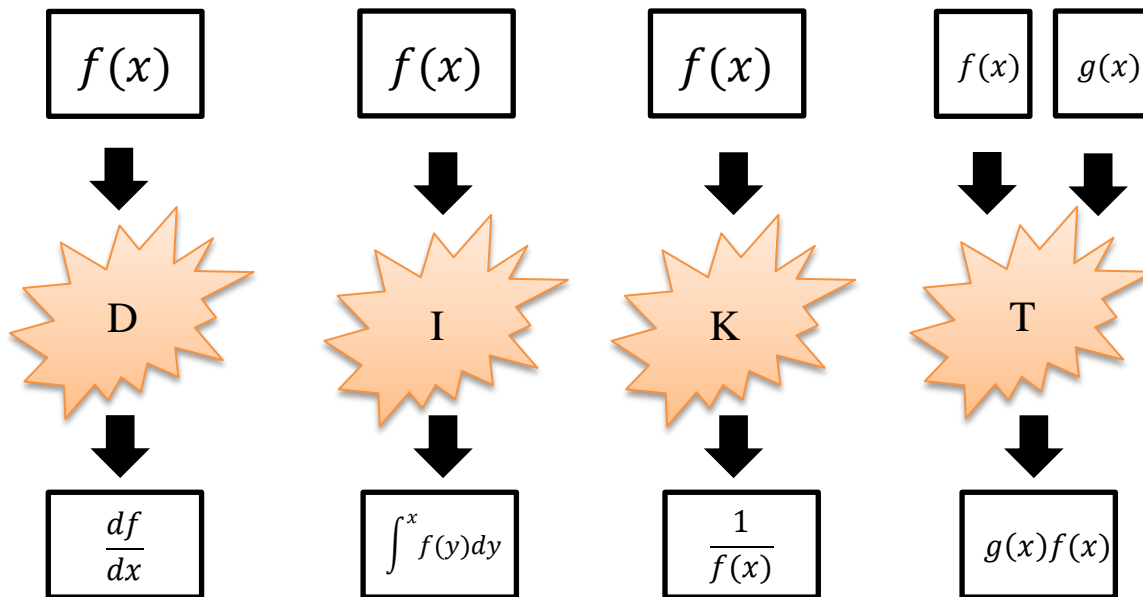
- integrointi- ja derivaattaoperaatio
- matematiikasta keskustelu

Ohjeita opettajalle:

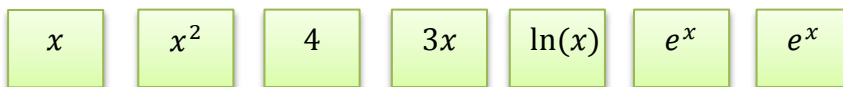
Tehtävä on käännetty [NRICH-sivustolta](#). Alkuperäinen tehtävä löytyy [täältä](#).

Tehtävä on hyvä ratkaista 2 – 3 hengen ryhmässä. Tehtävää tehdessä oppilaita on hyvä rohkaista keskustelemaan ongelmasta ääneen sekä perustelevaan vastauksensa. Oppilaita tulee kannustaa tarkkaan kirjoitettuun ja puhuttuun matemaattiseen kieleen. Keksivätkö oppilaat lisää vastaavia tehtäviä? Tehtävä on osittain haastava.

Tehtävä löytyy sivulta 2 ja vastaukset sivulta 3.

Tehtävä:

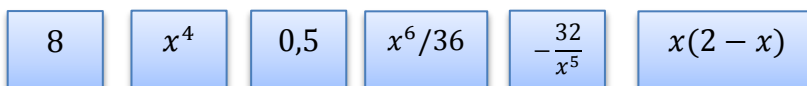
Valittavissasi on alla olevat seitsemän vihreää korttia. Kun työnät kortin yllä oleviin operaatiokoneeseen (D, I, K ja T), saat laskemalla ulos operaatiolla käsitellyn kortin.



Esimerkiksi $K(4) = \frac{1}{4}$ tai $T(x, x^2) = x^3$ jne.

Voit käyttää kunkin kortin vain kerran. Huomaa, että integroinnista ei synny vakiota.

Alla olevat kuusi sinistä korttia ovat ns. maaleja, joihin sinun on etsittävä reitti käyttäen yllä olevia seitsemää vihreää korttia ja operaattoreita (D, I, K ja T).



Esim. Jos maali olisi $2e^{2x}$, olisi reitti seuraavanlainen:

$$T(e^x, e^x) = e^{2x}$$

$$D(e^{2x}) = 2e^{2x}$$

Etsi reitit jokaiseen siniseen maaliin. Keksitkö lisää maaleja?

Vastaukset:Maali 8

Reitti:

$$D(x^2) = 2x$$

$$D(2x) = 2$$

$$T(4, 2) = 8$$

Maali x^4

Reitti:

$$T(x, x^2) = x^3$$

$$I(x^3) = \frac{x^4}{4}$$

$$T\left(\frac{x^4}{4}, 4\right) = x^4$$

Maali $\frac{1}{2}$

Reitti:

$$D(x^2) = 2x$$

$$D(2x) = 2$$

$$K(2) = \frac{1}{2}$$

Maali $\frac{x^6}{36}$

Reitti:

$$I(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$I\left(\frac{1}{2}x^2\right) = \frac{x^3}{6}$$

$$T\left(x^2, \frac{x^3}{6}\right) = \frac{x^5}{6}$$

$$I\left(\frac{x^5}{6}\right) = \frac{x^6}{36}$$

Maali $-\frac{32}{x^5}$

Reitti:

$$D\left(D\left(D(\ln x)\right)\right) = 2x^{-3}$$

$$K(x) = \frac{1}{x}$$

$$T(x^{-1}, 2x^{-3}) = 2x^{-4}$$

$$T(4, 2x^{-4}) = 8x^{-4}$$

$$D(8x^{-4}) = -32x^{-5}$$

Maali $x(2-x)$

$$T(x^2, K(e^x)) = x^2e^{-x}$$

$$D(x^2e^{-x}) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x}$$

$$T(e^x, 2xe^{-x} - x^2e^{-x}) = 2x - x^2$$