

Luku 1 Johdatus yhtälöihin

1.1 Mikä on yhtälö?

Tunnin rakenne:

- Yhtälön rakenne ja tunnistaminen (tehtävä 1) ja yhtälön ja lausekkeen vertailua (n. 10min)
- Yhtälö väitteenä – Jokeri 3 (n. 30 min)
- Tunnin idean koonti ja ryhmäarviointi (n. 5 min)

Tunnin tavoitteet

- Erotetaan yhtälö ja lauseke toisistaan.
- Hahmotetaan yhtälön rakenne: lauseke = lauseke (yhtälöitä on hyvin, hyvin erilaisia)
- Huomataan, että yhtälö voi olla tosi, epätosi tai ehdollisesti tosi.
- Saadaan ensikosketus muuttujan sisältäviin yhtälöihin

Toimintaohje: Rohkaistaan oppilaita keskustelemaan matematiikasta. Keskiössä on perusteleminen, muiden ratkaisujen kuunteleminen ja kommentoiminen.

Yhtälön rakenne ja tunnistaminen

Opettaja esittelee yhtälön: Keksitään oppilaiden kanssa kaksi lauseketta ja yhdistetään ne yhtäsuuruusmerkillä.

Yhtälö on esimerkiksi $x + 3 = 1$ tai $6 = 2 + 2 + 2$

Yhtälössä on kaksi lauseketta, joita vertaillaan. Lausekkeiden välissä on yhtäsuuruusmerkki.

Huom. Tässä vaiheessa opettaja näyttää tarkoituksella vain yhden yhtälön, jotta oppilaat voivat pohtia Tehtävässä 1 itse, mikä on tai ei ole yhtälö.

Taustatieto; "Yhtälö on kahden lausekkeen merkitty yhtäsuuruus. Lauseke on yhdistelmä numeroita, operaattoreita ja ryhmittelymerkkejä. Lausekkeissa voi olla yksi tai useampi muuttuja. Yhtälön ratkaisemisella tarkoitetaan sen selvittämistä, millä muuttujien arvoilla lausekkeiden arvot ovat samat. Yhtälölle ei välttämättä ole ratkaisua, tai on myös mahdollista, että yhtälö on voimassa kaikilla muuttujien arvoilla."

Tehtävä 1 Selvitä mitkä seuraavista ovat yhtälöitä ja mitkä puolestaan lausekkeita. Ympyröi yhtälöt.

a) $8 = 10 - 2$

tosi

f) $1745 + 31 = 103 - 20$

epätosi

b) $74 - 5$

g) $8 \cdot 14 = 4 \cdot 14 + 4 \cdot 14$

tosi

c) $-4 = -2 + 2$

epätosi

h) $2a = a$

tosi, kun $a = 0$

d) $10 \cdot 5 + 5 \cdot 10$

i) $-2 + 4 = -(2 + 4)$

epätosi

e) $3 = 3$

tosi

j) $\square + 1 = 5 \cdot \square$

Riippuu laatikon sisällöstä

Kommentteja tehtävän 1 eri kohtiin:

c) näyttää ensivilkaisulta todelta ja nostaa esille yleisen virheen.

f) Voi perustella laskematta suuruusluokan avulla epätodeksi.

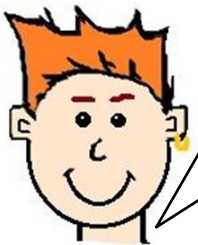
g) kannattaa pohtia laskematta kuinka monta "neljäätoista" kummallakin puolella on (vasemmalla 8 ja oikealla kaksi neljän kasaa).

h) voi verrata a:ta tietyn kokoiseen säkkiin: vasemmalla puolella kaksi säkkiä ja oikealla puolella yksi. Vain jos säkit ovat tyhjiä, niin molemmilla puolilla on yhtä paljon.

j) on tarkoituksena linkittää alakoulussa käytyjä laatikkotehtäviä nyt opiskeltavaan. Luokan innokkuuden mukaan voi pohtia: Ovatko kummatkin laatikot samat luvut? Mitkä luvut laatikkojen tilalle tulee, jos ne voivat olla eri luvut? Entä löytyisikö muualta kuin kokonaislukujen joukosta ratkaisu, jossa laatikot ovat samat luvut. Jos laatikot oletetaan samoiksi, oikea vastaus on $\frac{1}{4}$, jos eriksi niin esim. 4 ja 1.

Yhtälön ja lausekkeen vertailua

Pohditaan yhdessä luokan kanssa ja kirjataan johtopäätös, johon yhdessä tultiin.



Esimerkiksi: "Molemmissa voi olla numeroita, muuttujia ja laskutoimituksia, joita voi laskea." TAI "Molemmissa on lauseke; yhtälössä jopa kaksi." TAI "Molempiin sisältyy lauseke (yhtälössä on kaksi lauseketta) ja kaikki mistä lauseke muodostuu."

Mitä erilaista on yhtälöissä ja lausekkeissa?

"Vain yhtälössä on yhtäsuuruusmerkki." Kun yhtälö väitteenä on käyty, voidaan lisätä: "Yhtälö on väite, joka voi olla tosi, epätosi tai joskus tosi. Lauseke on vain eräänlainen rakennuspalikka."

Mitä samanlaista on yhtälöissä ja lausekkeissa?



Yhtälö väitteenä

Ideaan johdatteluna oppilaita voi kehottaa ottamaan kantaa Esimerkin 1 väitteisiin. Yhtälö voidaan ajatella väitteenä, joka huutaa: "Nämä kaksi lauseketta ovat yhtä suuria!" Väitteeseen voi ottaa kantaa usealla tavalla.

Esimerkki 1 Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia.

a) Niili on joki.

tosii

b) $2 + 5 + 1 = 8$ *tosii*

c) Maapallo on litteä kuin lettu.

epätosii

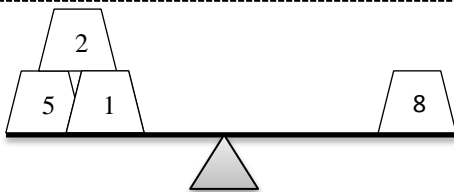
d) $8 + 2 = 7 + 5$ *epätosii*

e) Pöydässä on neljä jalkaa. *ehdollisesti tosi, riippuu pöydästä* f) $x = 4$ *tosii tai epätosii, riippuen x:n arvosta*

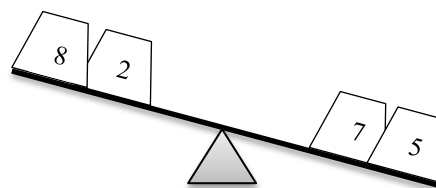
Yhtälö vaa'an avulla esitettynä

Vaa'an tasapaino vertauskuvana yhtälön totuusarvosta

Esitellään vaa'an käyttö yhtälöillä ilman muuttujia. Kun vaaka on tasapainossa, on molemmilla puolilla yhtä paljon painoja. Tätä ideaa voidaan myös kuvata yhtälöillä. Silloin tarkoitetaan, että yhtälön molemmat puolet ovat yhtä suuret eli yhtälö on "tasapainossa".



$$2 + 5 + 1 = 8$$



$$8 + 2 < 7 + 5$$

Esimerkki 2 Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Perustele.

a) $\frac{6}{2} = 1 + 2$ *tosí (3=3)*

b) $4567 + 1000 = 5500 + 67$ *tosí (5567 = 5567)*

c) $7x + 3 = 5$ *lauseke, ei voi tarkastella totuusarvoa*

d) $3x + 8 = 3x + 8$ *tosí kaikilla x:n arvoilla ("molemmilla puolilla kolme samankokoista sákkiá ja kahdeksan")*

e) $3a + 7 = b - 1$ *ríppuva:n ja b:n arvosta ("a ja b voivat olla erikokoisia sákkejá", esim. a = 1 ja b = 11 tekevát yhtälöstá toden. Itse asiassa yhtälö on tosí aina, kun b = 3a + 8. Tähán ei kannata takertua: se on vain esimerkki, että yhtälössä voi olla useampiakin muuttujia.)*

f) $7 < 3$ *epátosí (ei ole yhtälö, epäyhtälö väittää toista puolta pienemmäksi kuin toista, 7 ei ole pienempi kuin 3)*

Oppilaat täydentävät laatikoihin selityksen, mikä on yhtälö ja milloin yhtälö on tosí.

Mikä on yhtälö?

*Yhtälö on kahden lausekkeen merkitty yhtäsuuruus.
Lauseke = Lauseke
Yhtälö väittää "Nämä kaksi lauseketta ovat yhtä suuria!"*

Milloin yhtälö on tosí?

Yhtälö on tosí silloin, kun yhtälön vasen ja oikea puoli ovat samanarvoiset. Tämä tarkoittaa samaa kuin "yhtälö on tasapainossa" (vrt. vaaka).

Tehtävä 2 Tarkastele uudestaan **tehtävää 1**. Selvitä, ovatko ympyröimäsi yhtälöt tosia vai epätosia.

Jokeri 3 Muodosta alla olevista

Jokerissa 3 ryhmien on tarkoitus selvittää, ovatko yhtälöt tosia vai epätosia ja kuinka ovat päätyneet ratkaisuunsa. Perusteleminen on tärkeintä (voi olla sanallista)!

Jokeri 3 koonti

- Käydään tehtävä läpi yhdessä keskustellen ja kootaan taululle, jos kaikki ehtivät tehdä tehtävän.
- Kun ryhmät ovat saaneet yhtälönsä valmiiksi, ne voidaan koota taululle omiin sarakkeisiinsa: "todet yhtälöt", "epätodet yhtälöt" ja "muuttujayhtälöt". Opettaja voi sujauttaa oman yhtälön väärään paikkaan ja katsoa herättääkö se keskustelua.
- Taululle koottua yhtälöiden kirjoa kannattaa analysoida ja luokitella yhdessä: Mitkä ovat monimutkaisia/yksinkertaisia ja miksi? Ovatko jotkut yhtälöt selvästi erilaisia kuin toiset, miksi?

1001 9y -10 $\frac{11}{5}$

4 $\frac{4}{5}$ x 0,2 3

□ 1 □

-

+

·

÷

=

○

a) yhtälö, joka on tosi.

Esimerkiksi $\frac{11}{5} + \frac{4}{5} = 3 \cdot 1$

b) yhtälö, joka on epätosi.

Esimerkiksi $1001 - 1 = -10^2$

c) yhtälö, joka sisältää muuttujan.

Esimerkiksi $9y + 1001 = \frac{4}{5}$

Huomautus!

- Tyhjien laatikkojen ja ympyrän sisällöistä voit päättää itse.
- Samaa laatikon sisältöä tai merkkiä voi käyttää yhtälössä useammin kuin kerran, kunhan lopputulos on edelleen tehtävänannon mukainen yhtälö.

OPPITUNNIN IDEAN KOONTI (2-3min): Oppilaita voi kehottaa hetken (30 s) kertaamaan ryhmässä: "Mikä on yhtälö?" ja "Milloin yhtälö on tosi?" ja sen jälkeen koota oppilaiden kertomana tunnin idean. (Tarvittaessa luokan aktivoimiseksi voi koittaa heiteltävää pehmeolelua, joka osoittaa kenellä on puheenvuoro ja jonka kulkua oppilaat ohjaavat.)

OHJEISTUS RYHMÄARVIOINTEIHIN OPPITUNTIEN PÄÄTTEEKSI (2-3min): Jokaisen oppitunnin päätteeksi tehtävässä ryhmäarvioinnissa pohditaan ryhmän onnistumista ryhmätaitojen neljässä kohdassa. (Materiaalin ensimmäisellä tunnilla tarkemmin). Oppilaat rastittavat tai värittävät heidän ryhmäänsä kuvaavan hymiön.

RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2)					
Ryhmätaito	Onnistuminen				
Autoimme ja rohkaisimme toisiamme					
Keskustelimme toisemme huomioiden					
Toistimme asioita tarvittaessa					
Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan					
Hyödynsimme virheitä oppiaksemme					

Kotitehtävä 1

a) Selvitä, mitkä laatikossa ovat lausekkeita ja mitkä yhtälöitä. Ympyröi yhtälöt.

b) Selvitä, ovatko ympyröimäsi yhtälöt tosia vai epätosia. Kirjoita yhtälön viereen tosi/epätosi.

$-7 = x$

$3 \cdot 8 - 3 \cdot 7 - 3$

$7 + 3 = 8 + \frac{10}{5}$

$3 \cdot (9 - x)$

$\frac{8}{4}$

$15037 - 138 = 15036 - 137$

$u + 1 = 2u - u$

$5 = -5$

w

$-7 = x$ on tosi, kun muuttujan arvo on -7 , muulloin epätosi.

$u + 1 = 2u - u$ eli $u + 1 = u$ on epätosi ($1 = 0$).

$5 = -5$ on epätosi.

$7 + 3 = 8 + \frac{10}{5}$ eli $10 = 10$ on tosi.

$15037 - 138 = 15036 - 137$ eli $14899 = 14899$ on tosi.

Kotitehtävä 2

Kerro jokin asia, minkä olet oppinut yhtälöistä.

Esimerkiksi: Yhtälö sisältää aina yhtäsuuruusmerkin.

Yhtälö voi koostua pelkistä luvuista tai sisältää myös jonkun tuntemattoman eli muuttujan, jota merkitään usein kirjaimella.