

## 2.1 b) Muunnokset ja vaakamalli

### Tunnin rakenne:

- Kotitehtävät ja edellisen kertaus (10 min)
- Uudet käsitteet ja esimerkit 2 ja 3 (25 min)
- Loppukoonti ja ryhmäarviointi (10 min)

### Tunnin tavoitteet:

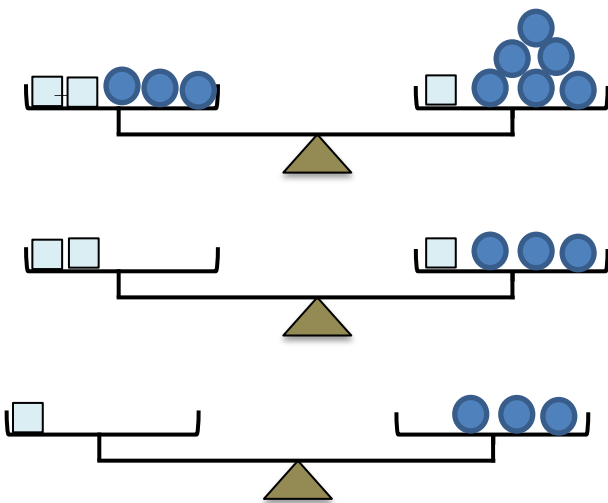
- Tutustutaan muunnoksiin keinoina muuttaa yhtälöä niin, että ratkaisu (tasapaino) pysyy samana.
- Vaakamallia käytetään alussa konkretisoimaan yhtälön totuusarvoa tasapainoon vertaamalla.
- Hahmotellaan yhtälönratkaisua prosessina, mutta ei vielä ratkaista yhtälöitä itsenäisesti.

**Toimintaohje:** Muunnokset käydään läpi kerralla, jotta ymmärretään, miten yhtälöä voi muokata. Usean muunnoksen tunteminen mahdollistaa useat lähestymistavat ja niiden vertailemisen keskenään.

**Esimerkissä 1** lähestytään vaakamallia. Mitä eri vaiheissa on tehty? Miksi vaaka pysyy tasapainossa?

Aluksi molemmilta puolilta on otettu kolme palloa pois. Seuraavassa vaiheessa molemmilta puolilta on vähennetty yksi laatikko. Vastaus: Yksi laatikko vastaa kolmea palloa. Laatikon tilalla voisi olla muuttuja, esim.  $x$  ja pallot voisivat vastata yksiköitä eli vastaus  $x=3$ .

**Esimerkki 1. Vaakamalli. Mitä on yksi laatikko (pallon avulla ilmaistuna)?**



### MUUNNOSTEN KÄSITTELY, uudet käsitteet, esimerkit 2 ja 3

- Eri kohdissa on sama alkuperäinen yhtälö (paitsi kohdassa Uusi käsite (kertominen)), jota lähdetään muokkaamaan eri muunnoksella kussakin kohdassa. Aina on mahdollista käyttää erilaisia muunnoksia, mutta toisista on enemmän hyötyä.
- Kahden eri esitystavan näyttäminen rinnakkain on todettu hyödyllisemmäksi kuin esitystapojen esittäminen peräkkäin tai vain toisen esitystavan esittäminen.
- Kannattaa tähdentää oppilaille, että kun kerralla tulee paljon asiaa, niin kannattaa keskittyä yhteen osaan kerrallaan eikä yrittää katsoa kaikkea kerralla. Esimerkiksi: **Ensin kannattaa linkittää vaaka viereiseen yhtälöön ja sen jälkeen miettiä miten ylemmästä vaa'asta päästään alempaan vaakaan ja miten ylemmästä yhtälöstä päästään alempaan yhtälöön.**
- Mikä on **yhteys asioiden tekemiseen puolittain ja vaa'an tasapainon kanssa?**
- **Huom!** Negatiivinen luku/termi on vaakamallissa esitetty ilmapallon avulla. Lisättäessä siis puolittain ilmapallon arvon suuruinen punnus, niin ilmapallo ja samanarvoinen punnus kumoavat toisensa.
- Kootaan yhdessä uusissa käsitteissä esitellyt muunnokset. Oppilaat kirjoittavat muunnokset ylös (Esimerkki

### Uusi käsite (Lausekkeen muokkaaminen)

Vaa'an molemmilla puolilla on edelleen yhtä paljon, vaikka yhtälön lausekkeita muokattaisiin. Tässä muokataan yhtälön vasemman puolen lauseketta.

Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
	$-x + 7x + 8 = 15 - x$	M
	$6x + 8 = 15 - x$	

### Uusi käsite (Vähentäminen)

Jos aluksi molemmilla puolilla oli yhtä paljon, niin täytyy olla edelleen yhtä paljon, kun molemmilta puolilta otetaan pois 8. Vaakaa katsomalla huomataan, että tämä on sama asia kuin luvun -8 lisääminen.

Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
	$-x + 7x + 8 = 15 - x$	V8
	$-x + 7x + 8 - 8 = 15 - x - 8$	

**Uusi käsite (Lisääminen)**

Jos molemmilla puolilla oli yhtä paljon, niin samansuuruisen punnuksen lisäämisen jälkeen täytyy myös olla yhtä paljon.

Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
	$-x + 7x + 8 = 15 - x$	
	$-x + 7x + 8 + x = 15 - x + x$	$Lx$

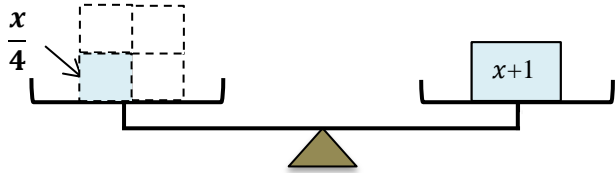
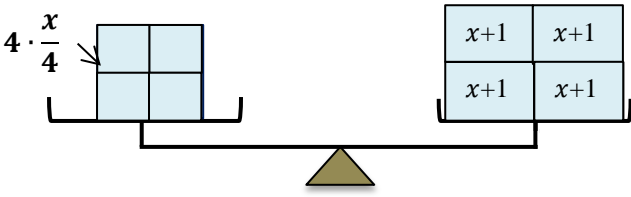
**Uusi käsite (Jakaminen)**

Jos molemmille puolille jätetään seitsemäsosa alkuperäisestä, niin yhtälön molemmilla puolilla täytyy olla yhtä paljon, mikäli aiemminkin oli.

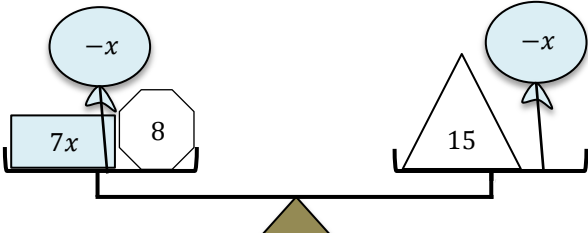
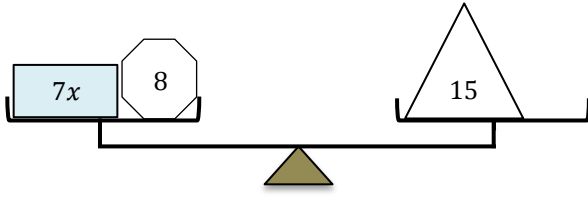
Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
	$7x = 7$	
	$\frac{7x}{7} = \frac{7}{7}$	$J7$

### Uusi käsite (Kertominen)

Jos molemmat puolet nelinkertaistetaan, on molemmilla puolilla yhtä paljon vain, jos aiemminkin oli.

Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
	$\frac{x}{4} = x + 1$	K4
	$4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot (x + 1)$	

### Esimerkki 2 (Lisääminen ja Muokkaaminen)

Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
	$-x + 7x + 8 = 15 - x$	Lx M M
	$7x + 8 = 15$	

### Esimerkki 3 (Yhteenvedo muunnoksista)

Oppilaat täydentävät muunnokset omiin monisteisiinsa.

**Muunnos** on sellainen tapa muuttaa yhtälöä, että yhtälön tasapaino/ totuusarvo / ratkaisu säilyy samana kuin alkuperäisen. Toisin sanoen uusi yhtälö on tosi samalla muuttujan arvolla kuin alkuperäinen.

**Huom!** Esimerkiksi luvun lisääminen vain toiselle puolelle ei ole muunnos, koska ratkaisu muuttuu.

### MUUNNOKSIA

Muunnos **L**: saman termin lisääminen yhtälön molemmille puolille.


























Muunnos **V**: saman termin vähentäminen yhtälön molemmilta puolilta.

Muunnos **J**: molempien puolien jakaminen samalla nollasta eroavalla luvulla.

Muunnos **K**: molempien puolien kertominen samalla nollasta eroavalla luvulla.

Muunnos **M**: Yhtälössä olevan lausekkeen muokkaaminen.

## RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2)

Ryhmätaito	Onnistuminen				
Autoimme ja rohkaisimme toisiamme					
Keskustelimme toisemme huomioiden					
Toistimme asioita tarvittaessa					
Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan					
Hyödynsimme virheitä oppiaksemme					

**Kotitehtävä:** Katso animaatio: <https://ouluma.fi/wp-content/uploads/2016/11/yhtalo1-1.gif>