

2.2 Muunnosten käyttöön tutustumista

Esimerkki 1 Tutki kuinka muunnosten avulla voi selvittää haastavan yhtälön ratkaisun.

	Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
1		$-x + 7x + 8 = 15 - x$	Lx M M
2			
3			M M
4			J7 M M
5			

a) Täydennä puuttuvat välivaiheet matemaattinen esitys sarakkeeseen.

b) Millä muuttujan arvolla viimeinen yhtälö (kohta 5) on tosi? Sijoita tämä muuttujan arvo muihin yhtälöihin (1-4).

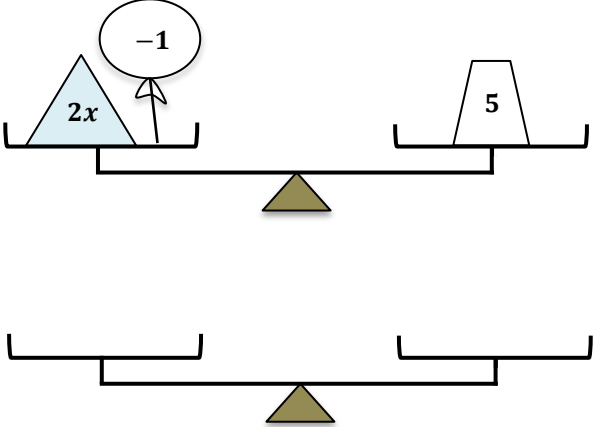
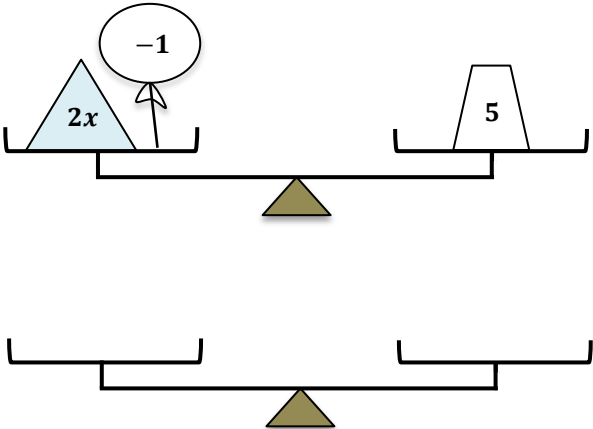
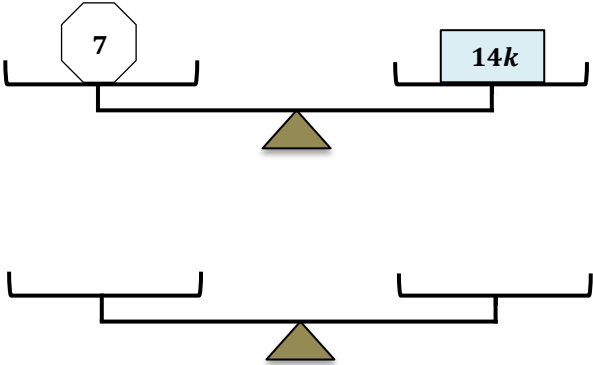
Merkitse sijoitukset näkyviin matemaattisen esityksen alapuolelle. Mitä huomaat? _____

c) Kerro lyhyesti mikä muuttuu tai säilyy, kun muunnoksia käytetään yhtälöön.

MUUTTUU

SÄILYY

Tehtävä 1 Tee pyydetty muunnos yhtälölle ja kirjoita muunnoksen jälkeinen tilanne sekä vaakamallin että matemaattisen esityksen avulla.

a)	Vaakamalli	Matemaattinen esitys	Muunnos
		$2x - 1 = 5$	<p>L1</p>
b)		$2x - 1 = 5$	<p>L1 M M</p>
c)		$7 = 14k$	<p>J14</p>

Tehtävä 2

Matemaattinen esitys	Muunnos	Sanallinen selitys
$\frac{b}{9} - 11 = -8$	L11	Lisään yhtälön molemmille puolille luvun ____.
$\frac{b}{9} - 11 + 11 = -8 + 11$	M M	Muokkaan yhtälön puolia, laskemalla yhtälön vasemmalla puolella yhteen ____ ja _____. Oikealla puolella lasken yhteen luvut ____ ja ____.
$\frac{b}{9} = 3$	K9	Kerron yhtälöä puolittain luvulla _____.
$9 \cdot \frac{b}{9} = 9 \cdot 3$	M M	Muokkaan yhtälöä suorittamalla vasemmalla kertolaskun _____ ja oikealla kertolaskun _____.
$b = 27$		Nyt näen, että alkuperäinen yhtälö on tosi, kun _____ eli yhtälön ratkaisu on _____.

Tehtävä 3 Täydennä matemaattinen esitys ja sanallinen esitys.

Matemaattinen esitys	Muunnos	Sanallinen selitys
$5y = 4y - 20$	V4y	Vähennän ____ molemmilta puolilta yhtälöä.
	M M	Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun _____ vasemmalla ja _____ oikealla puolella. Nämä yhtälöt ovat siis tosia, kun _____.

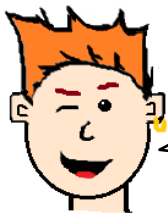
Tehtävä 4 Täydennä muunnos ja sanallinen esitys.

Matemaattinen esitys	Muunnos	Sanallinen selitys
$17 + 1 = 17 + 2a$		Vähennän puolittain luvun _____.
$17 + 1 - 17 = 17 + 2a - 17$		Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun _____ vasemmalla ja _____ oikealla puolella.
$1 = 2a$		Jaan yhtälöä puolittain luvulla _____.
$\frac{1}{2} = \frac{2a}{2}$		Muokkaan yhtälön oikeaa puolta suorittamalla jakolaskun _____.
$\frac{1}{2} = a$		Nyt näen, että alkuperäisen yhtälön ratkaisu on _____.

Tehtävä 5 Täydennä yhtälön ratkaisutapaan 1 matemaattinen esitys ja ratkaisutapaan 2 käytetty muunnos.

Tapa 1		Tapa 2	
Matemaattinen esitys	Muunnos	Matemaattinen esitys	Muunnos
$4a = 2a + 2$		$4a = 2a + 2$	
$\frac{4a}{2} = \frac{2a}{2} + \frac{2}{2}$			V2a
$2a = a + 1$			M M
$2a - a = a - a + 1$			J2
$a = 1$			M M

Jokeri 6 Mitä muunnosta Kalle tai Leena on käyttänyt yhtälöön? Kirjoita ratkaisu sanallisesti **tai** lyhenteellä.



$$5x - 3 - 2x - 3 = 0$$

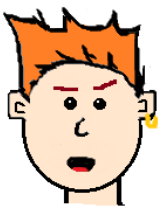
$$3x - 6 = 0$$

Kalle _____

Leena _____

$$3x - 6 = 0$$

$$3x - 6 + 6 = 0 + 6$$



$$62 = 62 + 17x$$

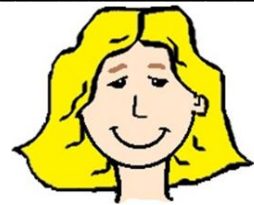
$$0 = 17x$$

Kalle _____

Leena _____

$$0 = 17x$$

$$\frac{0}{17} = \frac{17x}{17}$$



$$\frac{5}{4} + \frac{b}{2} = 2$$

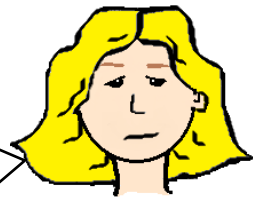
$$\frac{5}{4} - \frac{5}{4} + \frac{b}{2} = 2 - \frac{5}{4}$$

Kalle _____

Leena _____

$$\frac{b}{2} = \frac{3}{4}$$





















$$2 \cdot \frac{b}{2} = \frac{3}{4} \cdot 2$$



Jokeri 7 Täydennä matemaattinen ja sanallinen esitys.

Matemaattinen esitys	Muunnos	Sanallinen selitys
$15x + 10 = 5x + 30$		
	V10	Vähennän _____ molemmilta puolilta yhtälöä.
	M M	Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun _____ vasemmalla ja _____ oikealla puolella.
	V5x	_____.
	M M	Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun _____ vasemmalla ja _____ oikealla puolella.
	J10	_____.
	M M	Muokkaan yhtälöä puolittain suorittamalla jakolaskut ____ ja ____.
		Nyt näen, että alkuperäisen yhtälön ratkaisu on _____.

RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2)

Ryhmätaito	Onnistuminen				
Autoimme ja rohkaisimme toisiamme					
Keskustelimme toisemme huomioiden					
Toistimme asioita tarvittaessa					
Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan					

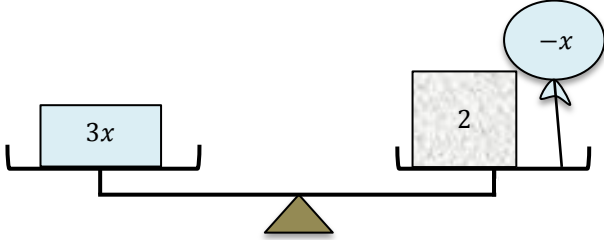
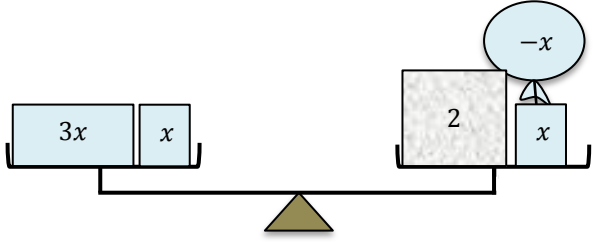
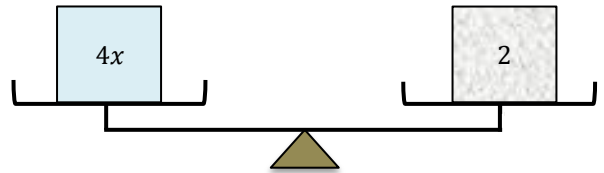
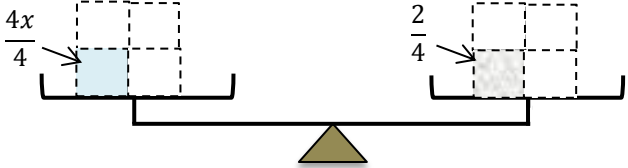
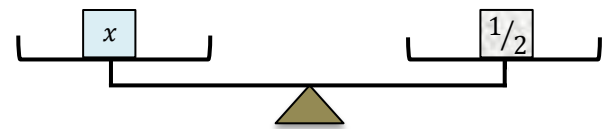
Kotitehtävä 1

i) Täydennä yhtälön $3x = 2 - x$ ratkaisutavan

a) matemaattinen esitys,

b) sanallisesti osio, johon kirjoitat, mitä yhtälölle tehdään ja mitä muunnosta käytetään.

ii) Tarkista lopuksi ovatko muunnettu (alimmainen) ja alkuperäinen yhtälö $3x = 2 - x$ tosia samalla muuttujan arvolla.

vaakamalli	matemaattinen esitys	sanallisesti
	$3x = 2 - x$	Lisään ____ molemmille puolille.
		Lasken __ ja __ yhteen. Toisella puolella lasken __ ja __ yhteen.
		Muunnokset: ____
		Jaan molemmat puolet luvulla __.
		Muunnokset: ____
		Sievennän jakolaskut molemmilla puolilla.
		Muunnokset: __
		Muunnoksia käytettyäni näen, että muuttujan x arvolla __ alkuperäinen yhtälö on tosi.

Kotitehtävä 2 Täydennä yhtälön ratkaisutapaan 1 matemaattinen esitys ja ratkaisutapaan 2 käytetty muunnos.

Tapa 1		Tapa 2	
Matemaattinen esitys	Muunnos	Matemaattinen esitys	Muunnos
$\frac{1}{4}x + 2 = 6$		$\frac{1}{4}x + 2 = 6$	
	V2		
		$4 \cdot \frac{1}{4}x + 4 \cdot 2 = 6 \cdot 4$	
	M M		
		$x + 8 = 24$	
	K4		
		$x + 8 - 8 = 24 - 8$	
	M M		
		$x = 16$	