

2.3 Virheitä muunnosten käytössä

Esimerkki 1 Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön $45y + 90 = 60y$ seuraavilla tavoilla:

	Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	
Aluksi yhdistän vasemman puolen termit keskenään.	$45y + 90 = 60y$	$45y + 90 = 60y$	Aluksi vähennän molemmilta puolilta 45y.
Tämän jälkeen vähennän molemmilta puolilta 60y.	$135y = 60y$	$45y - 45y + 90 = 60y - 45y$	Muokkaan yhtälön molempia puolia suorittamalla yhteenlaskut.
Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 75 ja saan vastauksen.	$135y - 60y = 60y - 60y$	$90 = 15y$	Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 15.
	$75y = 0$	$\frac{90}{15} = \frac{15y}{15}$	Suoritan jakolaskut puolittain ja saan yhtälön ratkaisun.
	$\frac{75y}{75} = \frac{0}{75}$	$6 = y$	
	$y = 0$		



a) Kuvaile, mitä eroa Kallen ja Leenan ratkaisuissa on. _____

b) Kumpi on oikeassa? Miksi? Miten tarkistat tämän? _____

c) Mikä virhe on tehty? Kirjoita omin sanoin sääntö, jolla virhe voidaan välttää.

Kalle ja Leena ovat ratkoneet yhtälöitä ja vertailevat nyt ratkaisujaan samoille yhtälöille. Vastaa annettuihin kysymyksiin ja toimi opettajana tarkistaen Kallen ja Leenan ratkaisut yhtälöille.



Tehtävä 1

	Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	
	$4a = 20$	$4a = 20$	
	$\frac{4a}{20} = \frac{20}{20}$	$\frac{4a}{4} = \frac{20}{4}$	
	$a = 1$	$a = 5$	





- Kerro suullisesti, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet yrittäessään ratkaista yhtälön $4a = 20$. Kumpi ratkaisi oikein? _____
- Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
- Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

Tehtävä 2 Kalle on tehnyt virheen yrittäessään ratkaista yhtälöä. Leena sen sijaan tietää, miten välttää tämä virhe. Kirjoita Leenan ratkaisu välivaiheineen näkyviin.

	Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	
	$a + 8 + 12 = 20$ $20a = 20$ $\frac{20a}{20} = \frac{20}{20}$ $a = 1$	$a + 8 + 12 = 20$	

Vain samanmuotoisia termejä saa yhdistää. Kalle on yhdistänyt termit a , 8 ja 20 , mikä ei ole mahdollista, sillä $a + 20$ ei ole sama asia kuin $a \cdot 20$. (Tämän jälkeen Kalle olisi osannut jatkaa oikein, mutta ratkaisu on jo muuttunut eikä $a = 1$ ole alkuperäisen yhtälön ratkaisu.)

Tehtävä 3

	Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	
	$x + 5 = 10$ $x + 5 - 5 = 10 - 5$ $x = 5$	$x + 5 = 10$ $5x = 10$ $x = 10 - 5$ $x = 5$	

- Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön $x + 5 = 10$. Kumpi ratkaisi oikein?
- Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
- Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

Tehtävä 4



Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu
$-y + 7 = 12$	$-y + 7 = 12$
$-y + 7 - 7 = 12 - 7$	$-y + 7 - 7 = 12 - 7$
$-y = 5$	$-y = 5$
$y = -5$	$y = 5$



- Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön $-y + 7 = 12$. Kumpi ratkaisi oikein?
- Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
- Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

Tehtävä 5 Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälöitä. Heiltä on jäänyt yksi välivaihe merkitsemättä...

Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu
$5 = k - 15$	$5 = k - 15$
_____	_____
$-10 = k$	$20 = k$

- Kumpi on kiireestä huolimatta saanut tehtävän ratkaistua oikein? _____.
- Täydennä puuttuva välivaihe viivalle siihen ratkaisuun, jossa ratkaisu oli oikein.

Tehtävä 6



Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu
$6 = \frac{x}{10} - 2$	$6 = \frac{x}{10} - 2$
$10 \cdot 6 = 10 \cdot \frac{x}{10} - 10 \cdot 2$	$10 \cdot 6 = 10 \cdot \frac{x}{10} - 2$
$60 = x - 20$	$60 = x - 2$
$80 = x$	$62 = x$



- Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön $6 = \frac{x}{10} - 2$. Kumpi ratkaisi oikein?
- Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
- Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

Jokeri 7



Kallen ratkaisu

$$-2 + y + 10 = 40$$

$$y + 8 = 40$$

$$\frac{y + 8}{8} = \frac{40}{8}$$

$$y = 5$$

Leenan ratkaisu

$$-2 + y + 10 = 40$$

$$y + 8 = 40$$

$$y + 8 - 8 = 40$$

$$y = 40$$



a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön $-2 + y + 10 = 40$. Kumpi ratkaisi oikein? _____

b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

Jokeri 8



Kallen ratkaisu

$$15 + 2 = 17 - 10a$$

$$17 = 17 - 10a$$

$$17 - 17 = 17 - 17 - 10a$$

$$0 = 0 - 10a$$

$$10 = -10a + 10$$

$$10 = a$$

Leenan ratkaisu

$$15 + 2 = 17 - 10a$$

$$17 = 17 - 10a$$

$$17 - 17 = 17 - 17 - 10a$$

$$0 = 0 - 10a$$

$$0 = -10a$$

$$\frac{0}{-10} = \frac{-10a}{-10}$$

$$0 = a$$



a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön $15 + 2 = 17 - 10$. Kumpi ratkaisi oikein? _____

b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2)

Ryhmätaito	Onnistuminen				
Autoimme ja rohkaisimme toisiamme	☹	☹	☺	☺	☺
Keskustelimme toisemme huomioiden	☹	☹	☺	☺	☺
Toistimme asioita tarvittaessa	☹	☹	☺	☺	☺
Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan	☹	☹	☺	☺	☺
Hyödynsimme virheitä oppiaksemme	☹	☹	☺	☺	☺

Kotitehtävä 1 Kalle ja Leena ovat lähteneet ratkaisemaan yhtälöä $15a = 10a + 30$.



Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu
$15a = 10a + 30$	$15a = 10a + 30$
$15a - 10a = 10a - 10a + 30$	$15a = 10a - 10a + 30$
...	...



a) Mitä muunnosta kumpikin on lähtenyt käyttämään ensimmäisenä?

b) Kumpi on käyttänyt muunnosta oikein? _____

c) Mistä tiedät, että toinen ratkaisu ei ole oikein?

d) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten tällaisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

Itsearviointi (täytetään yksin aina luvun päätteeksi)

EOS = En osaa sanoa

1 = Erittäin heikosti

7 = Erinomaisesti

Miten hyvin osaat seuraavat asiat

- | | |
|---|-------------------|
| • Lausekkeen ja yhtälön ero | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Yhtälön tasapaino | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |
| • Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. | 1 2 3 4 5 6 7 EOS |