

3.2 Yhtälönratkaisutehtäviä

Huomaus! Vaihtoehtoinen toteutustapa tunnille on luoda ja ratkaista itse tehtäviä (vrt. edellinen tunti).

Tunnin rakenne:

- Kotitehtävät ja kertaus (5min)
- Esimerkki (5min)
- Tehtäväsarjojen ratkaiseminen (30min)
- Koonti ja itsearviointi (5min)

Tunnin tavoitteet: Opetellaan ratkaisemaan erityyppisiä yhtälöitä muunnosten avulla ja tarkastamaan ratkaisu.

Toimintaohje: Rohkaistaan oppilaita selittämään ääneen, mitä on omassa ratkaisussaan tehnyt. Huomataan, että on olemassa useita erilaisia ja silti oikeita ratkaisutapoja. Ohjataan tarkistamaan ratkaisu sijoittamalla saatu muuttujan arvo alkuperäiseen yhtälöön. Opastetaan ”jumitilanteissa”. Matematiikassa on tärkeää opetella pohtimaan tehtävää, joka aluksi tuntuisi hyvinkin haastavalta. Tutkitaan ensin vanhoja esimerkkejä, kysytään kavereilta ja lopuksi opettajalta, kun kaikkea muuta on yritetty.

Sanalliset tehtävät jäävät materiaalissa vähäiselle käsittelylle, sillä painopiste on yhtälön käsitteellisessä ymmärtämisessä ja (myöhemmin) joustavuuden kehittämisessä.

Esimerkki 1 (Muunnosten eri merkintätavoista)

Matemaattinen esitys	Tapa 1	Matemaattinen esitys	Tapa 2
$2x + 6 = 10$	V6	$2x + 6 = 10$	$ - 6$
$2x + 6 - 6 = 10 - 6$	M M		
$2x = 4$	J 2	$2x = 4$	$: 2$
$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$	M M	$x = 2$	
$x = 2$			

Huomioita esimerkistä 1: Oppilaille voi näyttää yleisesti käytössä olevan merkintätavan ”temppuviivat”, jos sitä ei ole vielä tähän mennessä näytetty. Temppuviivoissa on se huono puoli, että niissä ei ole ”muokkaamista” näkyvillä ja ne vahvistavat käsitystä siitä, että matematiikka on numeroita ja symboleita eikä kirjoitus tai puhe kuulu siihen. Temppuviivat ovat siitä hyviä, että ne ovat yleisesti käytössä ja merkinnästä on helppo päätellä mitä se tarkoittaa esimerkiksi riippumatta kielestä. Oppilaat voivat itse päättää, millaista merkintää käyttävät. Tässä materiaalissa käytetään kuitenkin Tapaa 1.

Tehtävä 1 Ratkaise yhtälöistä tuntematon muuttuja käyttäen oppimiasi muunnoksia. Valitkaa ryhmänne kanssa **kaksi** tehtäväsarjaa.

Huomautus!

- Sarjat eivät ole vaikeusjärjestyksessä.
- Ryhmä valitsee kaksi tehtäväsarjaa, jotka kaikki ryhmän jäsenet tekevät.
- Tarvittaessa sarjat voi tarkistaa esimerkiksi antamalla ryhmille ratkaisut monisteella.
- Välivaiheet ratkaisuisissa kirjoitetaan allekkain.
- Oppilaille voi huomauttaa, että kaikkia välivaiheita ei tarvitse kirjoittaa siinä vaiheessa, kun ne ovat itselle selviä. Välivaiheet kirjoittamalla varmistaa kuitenkin muun muassa, että muunnos tulee tehtyä oikein molemmille puolille yhtälöä.
- Lausekkeen muokkauksen voi merkitä esimerkiksi ympyröimällä yhdistettävät termit.
- Yhtälöön on yleensä useita ratkaisutapoja, malliratkaisu on vain eräs mahdollinen ratkaisutapa.

Sarja 1

a) $6a - 5 - 37 = 0$ $6a - 5 - 37 + 42 = 0 + 42$ $6a = 42$ $\frac{6a}{6} = \frac{42}{6}$ $a = 7$	L42 M M J6 M M	b) $\frac{x}{2} - 3 = 10$ $\frac{x}{2} - 3 + 3 = 13 + 3$ $\frac{x}{2} = 13$ $2 \cdot \frac{x}{2} = 13 \cdot 2$ $x = 26$	L3 M M K2 M M	c) $12 + 6 = 2y + 4y$ $18 = 6y$ $3 = y$	M M J3 M M
--	-------------------------	---	------------------------	---	---------------

Sarja 2

a) $a - 2 = 0$ $a - 2 + 2 = 0 + 2$ $a = 2$	L2 M M	b) $\frac{y}{2} = 4$ $2 \cdot \frac{y}{2} = 2 \cdot 4$ $y = 8$	K2 M M	c) $4 + 8 = 20 + 2x$ $12 = 20 + 2x$ $-8 = 2x$ $-4 = x$	M V20 M M J2 M M
--	-----------	--	-----------	---	------------------------

Sarja 3

a) $0,3y + 0,2 = 1,1$ $0,3y + 0,2 - 0,2 = 1,1 - 0,2$ $0,3y = 0,9$ $y = 3$	V0,2 M M J0,3 M M	b) $3 - \frac{x}{4} = 3 + 4 - (8 + 3)$ $3 - \frac{x}{4} = 3 + 4 - 8 - 3$ $3 - \frac{x}{4} = -4$ $3 + 4 - \frac{x}{4} + \frac{x}{4} = -4 + 4 + \frac{x}{4}$ $7 = \frac{x}{4}$ $28 = x$	M M L $\frac{x}{4}$ L4 M M K4 M M	c) $6a + 5 = 10a + 3$ $6a - 6a + 5 = 10a - 6a + 3$ $5 = 4a + 3$ $2 = 4a$ $\frac{2}{4} = \frac{4a}{4}$ $\frac{1}{2} = a$	V6 M M V3 M M J2 M M
--	-------------------------	--	---	--	----------------------------------

Sarja 4

a) $4c - (c + 2c) = 3$ $4c - 3c = 3$ $c = 3$	M M	b) $17x + 3x + 1 = 6x + 17x + 1$ $17x + 3x + 1 - 17x = 6x + 17x + 1 - 17x$ $3x + 1 = 6x + 1$ $3x - 3x = 6x - 3x$ $0 = 3x$ $\frac{0}{3} = \frac{3x}{3}$ $0 = x$	V17x M M V1 M M V3x M M J3	c) $8x + \pi = 5\pi$ $8x + \pi - \pi = 5\pi - \pi$ $8x = 4\pi$ $\frac{8x}{8} = \frac{4\pi}{8}$ $x = \frac{\pi}{2}$	V π M M J8 M M
--	--------	--	---	--	-----------------------------

Jokeri 2 Kuvio on neliö. Laske sivun pituus.



$$2a + 3$$

$$5a - 12$$

Ratkaisu: Neliön kaikkien sivujen on oltava yhtä pitkiä, joten voidaan muodostaa yhtälö $2a + 3 = 5a - 12$, jonka ratkaisu kertoo, milloin sivut ovat yhtä pitkiä.

$$2a + 3 = 5a - 12 \quad V2aL12MM$$

$$15 = 3a \quad J3MM$$

$$5 = a$$

Vastaus: Neliön sivun pituus on 5 pituusyksikköä.

Jokeri 3 Määritä lausekkeen $\frac{ax}{b}$ arvo, kun $a = \frac{2}{5}$ ja x on kolmasosa b :stä (yo syksy 1999)

Ratkaisu: $a = \frac{2}{5}$ ja $x = \frac{b}{3}$ sijoitetaan nämä lausekkeeseen $\frac{ax}{b}$ eli saadaan $\frac{2}{5} \cdot \frac{b}{3} \cdot \frac{1}{b} = \frac{2}{15}$ eli lausekkeen arvo on $\frac{2}{15}$.

RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2)

Ryhmätaito	Onnistuminen					Kotitehtävä 1 Ratkaise yhtälö ja tarkista
Autoimme ja rohkaisimme toisiamme						
Keskustelimme toisemme huomioiden						
Toistimme asioita tarvittaessa						
Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan						
Hyödynsimme virheitä oppiaksemme						

vastauksesi.

Huomautus kotitehtävistä

- Kotitehtävä 2 voi olla melko haastava muodostaa yhtälöksi.
- Oppilaat täyttävät myös ITSEARVIOINNIN.

a)	$4a + 3 = 7$	V3MM	b)	$7t - 11 = 3t + 5$	V3tL11MM
	$4a = 4$	J4MM		$4t = 16$	J4MM
	$a = 1$			$t = 4$	
Tarkistus	$4 \cdot 1 + 3 = 7$		Tarkistus	$7 \cdot 4 - 11 = 3 \cdot 4 + 5$	
	$4 + 3 = 7$			$28 - 11 = 12 + 5$	
	$7 = 7$			$17 = 17$	

Kotitehtävä 2 Muodosta seuraavaan ongelmaan yhtälö ja ratkaise se:

Pullo ja sen sisältö maksavat yhteensä 4 €. Sisältö maksaa 3 euroa enemmän kuin pullo. Kuinka paljon pullo maksaa?

Ratkaisu: Merkitään pullon hintaa kirjaimella x . Nyt sisällön hinnan voi kirjoittaa lausekkeena $x+3$. Muodostetaan yhtälö, joka kuvaa pullon ja tämän sisällön hintaa

$$x + x + 3 = 4 \quad M$$

$$2x + 3 = 4 \quad V3MM$$

$$2x = 1 \quad J2MM$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Vastaus: Pullo maksaa 0,5 euroa (ts. pullon sisältö maksaa 3,5 euroa).

Itsearviointi (täytetään yksin aina luvun päätteeksi)

EOS = En osaa sanoa

1=Erittäin heikosti

7=Erinomaisesti

- Miten hyvin osaat seuraavat asiat**
- Lausekkeen ja yhtälön ero 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Yhtälön tasapaino 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi 1 2 3 4 5 6 7 EOS

 - Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistuin kuvailemaan ajattelua muille. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1 2 3 4 5 6 7 EOS