

4.3 Lisää joustavia yhtälöitä

Esimerkki 1 Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = -2$ seuraavilla tavoilla:

Kerron yhtälöä puolittain luvulla 20, joka on nimittäjien pienin yhteinen jaettava

Tämän jälkeen sievensin yhtälön vasenta ja oikeaa puolta.

Lopuksi vielä laskin vasemmalla puolella yhteen $5x$ ja $-4x$.

Kallen ratkaisu

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = -2$$

$$20 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{x}{5} \right) = -2 \cdot 20$$

$$\frac{20x}{4} - \frac{20x}{5} = -40$$

$$5x - 4x = -40$$

$$x = -40$$

Leenan ratkaisu

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = -2$$

$$\frac{5x}{20} - \frac{4x}{20} = -2$$

$$\frac{x}{20} = -2$$

$$20 \cdot \frac{x}{20} = -2 \cdot 20$$

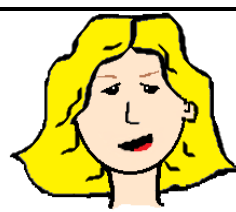
$$x = -40$$

Aluksi lavennan murtoluvut vasemmalla puolella, että niillä on yhteinen nimittäjä.

Lasken vähennyslaskun vasemmalla puolella.

Kerron yhtälöä puolittain luvulla 20.

Sain ratkaisuksi $x = -40$



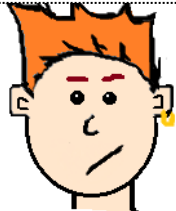
- a) Miksi Kalle kertoi yhtälöä aluksi luvulla 20? _____
- b) Miksi Leena lavensi murtoluvut vasemmalla puolella ensimmäiseksi? _____
- c) Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen ja Leenan ratkaisutavassa? _____
- d) Ovatko Kalle ja Leena päätyneet oikeaan ratkaisuun? Mistä tiedät tämän? (Kirjoita tarkistus perusteluksi alle)
- e) Kumpi ratkaisutavoista (Kallen vai Leenan) on mielestäsi yksinkertaisempi? Perustele.

Tehtävä 1 Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön $\frac{1}{4}(x + 3) = 2$ seuraavilla tavoilla:

Ensin kerroin sulkeet auki.

Seuraavaksi vähensin molemmilta puolilta $\frac{3}{4}$.

Lopuksi kerroin molemmilta puolilta luvulla 4 ja sain ratkaisuni.



Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu
$\frac{1}{4}(x + 3) = 2$	$\frac{1}{4}(x + 3) = 2$
$\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} = 2$	$4 \cdot \frac{1}{4}(x + 3) = 2 \cdot 4$
$\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 2 - \frac{3}{4}$	$x + 3 = 8$
$\frac{1}{4}x = \frac{8}{4} - \frac{3}{4}$	$x + 3 - 3 = 8 - 3$
$\frac{1}{4}x = \frac{5}{4}$	$x = 5$
$4 \cdot \frac{1}{4}x = \frac{5}{4} \cdot 4$	
$x = 5$	

Ensiksi kerroin yhtälöä molemmin puolin luvulla 4.

Sitten vähensin luvun 3 molemmilta puolilta.

Tässä on ratkaisuni.



a) Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen ja Leenan ratkaisutavassa? _____

b) Ovatko Kalle ja Leena päätyneet oikeaan ratkaisuun? Mistä tiedät tämän? (Kirjoita tarkistus perusteluksi alle)

c) Kumpi ratkaisutavoista (Kallen vai Leenan) on mielestäsi soveltuvampi tälle yhtälölle? Perustele.

Tehtävä 2 Ratkaise seuraavat yhtälöt

a) $\frac{y}{3} + \frac{y}{4} = 20$

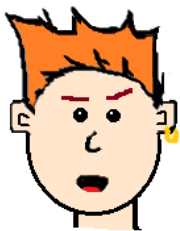
b) $\frac{3x+6}{3} + \frac{24+12x}{4} = 8$

c) $3(h + 1) = 6(h + 1)$

d) $e^{-i\omega t} - 1 = e^{-i\omega t} + 4t.$

Tehtävä 3 Kalle, Leena ja Miia ovat ratkaisseet yhtälön $\frac{t}{3} - 1 = 12$ seuraavilla tavoilla:

Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	Miian ratkaisu
$\frac{t}{3} - 1 = 12$	$\frac{t}{3} - 1 = 12$	$\frac{t}{3} - 1 = 12$
$\frac{t}{3} - 1 + 1 = 12 + 1$	$\frac{t}{3} - \frac{3}{3} = 12$	$3 \cdot (\frac{t}{3} - 1) = 12 \cdot 3$
$\frac{t}{3} = 13$	$\frac{t-3}{3} = 12$	$\frac{3t}{3} - 3 = 36$
$3 \cdot \frac{t}{3} = 13 \cdot 3$	$3 \cdot \frac{t-3}{3} = 12 \cdot 3$	$t - 3 = 36$
$t = 39$	$t - 3 = 36$	$t - 3 + 3 = 36 + 3$
	$t - 3 + 3 = 36 + 3$	$t = 39$
	$t = 39$	



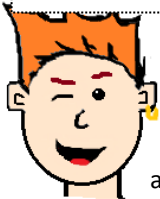
- a) Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen, Leenan ja Miian ratkaisuisissa? _____

- b) Mitä ratkaisutapaa käyttäisit tälle yhtälölle? Miksi? _____

- c) Kirjoita Kallen, Leenan ja Miian käyttämien muunnosten lyhenteet ratkaisujen viereen näkyville.

Jokeri 4 Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön $2t - (2 + 3t) = -4t$ seuraavilla tavoilla:

	Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	
Vähennän molemmilta puolilta $2t$ ja sievennän.	$2t - (2 + 3t) = -4t$	$2t - (2 + 3t) = -4t$	Ensin avasin sulkeet vasemmalla puolella.
Kerron yhtälöä puolittain luvulla -1	$2t - 2t - (2 + 3t) = -4t - 2t$	$2t - 2 - 3t = -4t$	Sievennän yhtälön vasenta puolta laskemalla laskut.
Vähennän molemmilta puolilta $3t$.	$-(2 + 3t) = -6t$	$-t - 2 = -4t$	Lisään molemmille puolille t ja sievennän.
Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 3 , ratkaisuni yhtälölle on $\frac{2}{3} = t$.	$-(2 + 3t) \cdot (-1) = -6t \cdot (-1)$	$-t + t - 2 = -4t + t$	Lopuksi jaan puolittain luvulla -3 ja sain vastaukseksi $t = \frac{2}{3}$
	$2 + 3t = 6t$	$-2 = -3t$	
	$2 + 3t - 3t = 6t - 3t$	$\frac{-2}{-3} = \frac{-3t}{-3}$	
	$2 = 3t$	$\frac{2}{3} = t$	
	$\frac{2}{3} = \frac{3t}{3}$		
	$\frac{2}{3} = t$		



a) Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen, Leenan ja Miian ratkaisuisissa?

b) Mitä hyötyjä Kallen ratkaisutavassa on? Entä Leenan? _____

c) Miten itse ratkaisisit kyseisen yhtälön? Perustelee. _____

Jokeri 5 Ratkaise seuraavat yhtälöt

a) $7 = \frac{4y}{3}$

b) $\frac{2x}{3} - 1 = 4x + \frac{1}{2}$

$$c) -a = \frac{a(x+1)}{2}$$

$$d) 3(h + 1) = 6(h + 2)$$

Jokeri 6 Kalle, Leena ja Miia ovat ratkaisseet yhtälön $8 - 4(x - 3) = 40$ seuraavilla tavoilla:

Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	Miian ratkaisu
$8 - 4(x - 3) = 40$	$8 - 4(x - 3) = 40$	$8 - 4(x - 3) = 40$
$8 - 4x - 12 = 40$	$8 - 8 - 4(x - 3) = 40 - 8$	$\frac{8}{4} - \frac{4(x - 3)}{4} = \frac{40}{4}$
$-4x - 4 = 40$	$-4(x - 3) = 32$	$2 - x + 3 = 10$
$-4x - 4 + 4 = 40 + 4$	$\frac{-4(x - 3)}{-4} = \frac{32}{-4}$	$x + 5 = 10$
$-4x = 44$	$x - 3 = -8$	$x + 5 - 5 = 10 - 5$
$\frac{-4x}{-4} = \frac{44}{-4}$	$x - 3 + 3 = -8 + 3$	$x = 5$
$x = -11$	$x = -5$	



- Käy huolella lävitse Kallen, Leenan ja Miian ratkaisu.
- Kuka ratkaisi yhtälön oikein? _____.
- Ympyröi virheellisiin ratkaisuihin kohta, jossa virhe on tapahtunut.
- Ratkaise virheelliset ratkaisut uudelleen siten, että vastaus on oikein. (Jatka siis ratkaisua siitä kohti, missä se viimeisen kerran oli oikein ja yritä edetä siten kuin ratkaisija oli edennyt)

RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2)

Ryhmätaito	Onnistuminen				
Autoimme ja rohkaisimme toisiamme					
Keskustelimme toisemme huomioiden					
Toistimme asioita tarvittaessa					
Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan					
Hyödynsimme virheitä oppiaksemme					

Kotitehtävä 1 Ratkaise seuraavat yhtälöt

a) $12x - (5x - 2) = 23$

b) $3y + \frac{y}{3} = 20$

c) $2(3 + y) = 18$

Kotitehtävä 2 Mitä olet oppinut sulku- ja murtoyhtälöiden ratkaisemisesta? _____

Itsearviointi (täytetään yksin aina luvun päätteeksi)

EOS = En osaa sanoa

1 = Erittäin heikosti

7 = Erinomaisesti

- Miten hyvin osaat seuraavat asiat**
- Lausekkeen ja yhtälön ero 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Yhtälön tasapaino 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi 1 2 3 4 5 6 7 EOS

 - Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. 1 2 3 4 5 6 7 EOS
 - Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1 2 3 4 5 6 7 EOS