

4DFrame-jalkapallo

Avainsanat: rakentaminen, geometria, hahmottaminen, yhtälönratkaisu

Luokkataso: rakentaminen kaikille sopiva, tehtävät 7.-9. lk

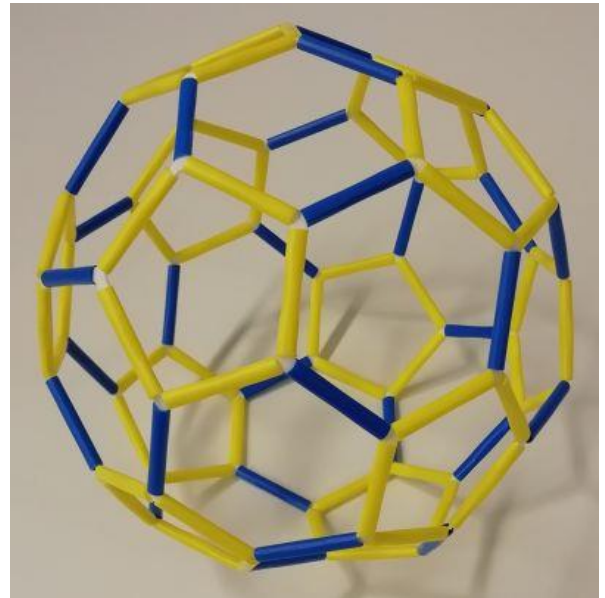
Välineet: 4DFrame-rakennuspalasia

Rakennetaan jalkapallo 4DFrame-palasista!

Pieni jalkapallo

OuLUMA-keskukselta lainaamastasi rakennuspaketista riittää osia:

- neljän pienen keltaisen jalkapallon
 - neljän pienen vaalean vihreän jalkapallon
 - yhden pienen punaisen jalkapallon
 - yhden pienen violetin jalkapallon
 - kolmen pienen sinisen jalkapallon rakentamiseen
- HUOM! 3-sakaraisia liittimiä riittää kahdeksan jalkapallon rakentamiseen, mutta ne voi korvata 6-sakaraisilla liittimillä.



Kuva 1. Kaksivärinen jalkapallo 3-sakaraisista liittimistä

TAI, jos teet monivärisiä jalkapalloja ja käytät 3-sakaraisten liittinten lisäksi 6-sakaraisia liittimiä korvaamaan 3-sakaraisia liittimiä:

- 16 pienen jalkapallon rakentamiseen

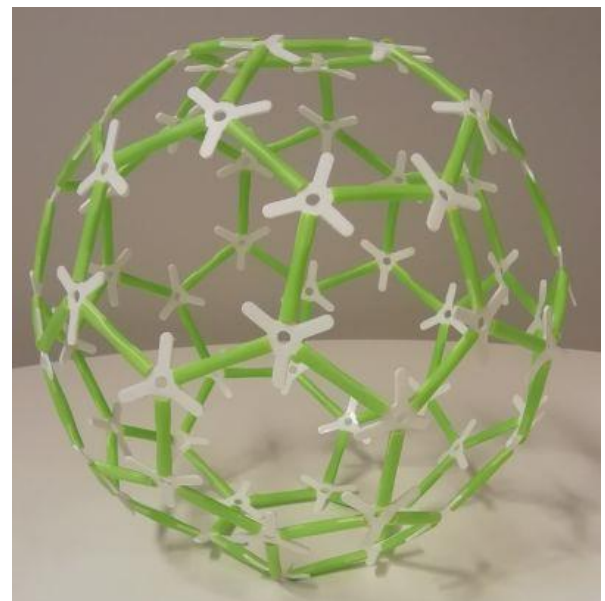
Pienen jalkapallon rakentamiseen tarvitset:

3-sakaraista liittintä: 60 kpl

4 cm:n pituisia putkia (haluamasi väri): 90 kpl

Kaksivärinen jalkapallo: Rakenna viisikulmiot tummemmalla värillä. Tarvitset siis 60 tummempaa putkea ja 30 vaalempaa putkea.

Rakenna näin: Liitä kuusi haluamasi väristä 4 cm:n pituisia putkea toisiinsa 3-sakaraisilla liittimillä niin, että putkista muodostuu kuusikulmio. Aseta kuuteen vapaaksi jääneeseen sakaraan putket. Tee kuusikulmion kolmelle sivulle kuusikulmio ja kolmelle sivulle viisikulmio. Jatka jalkapallon rakentamista tämän (kolme kuusikulmiota – kolme viisikulmiota) säännöllisyyden mukaan.



Kuva 2. Jalkapallo 6-sakaraisista liittimistä

Iso jalkapallo

Rakenna, kuten pieni jalkapallo, mutta käytä 4 cm:n putkien sijaan 6, 7 tai 10 cm:n pituisia putkia.

6 cm:n pituisista putkista riittää:

- kolmen vaalean vihreän jalkapallon
- kolmen tumman vihreän jalkapallon
- neljän sinisen jalkapallon rakentamiseen

TAI, jos teet monivärisiä jalkapalloja ja käytät 3-sakaraisten liittinten lisäksi 6-sakaraisia liittimiä korvaamaan 3-sakaraisia liittimiä:

- 12 jalkapallon rakentamiseen

7 cm:n pituisista putkista riittää:

- neljän punaisen jalkapallon rakentamiseen

10 cm:n pituisista putkista riittää:

- kolmen punaisen jalkapallon rakentamiseen

Tehtäviä:

1. Jalkapallo on tyypistetty ikosaedri (*truncated icosahedron*). Kuinka monesta viisikulmiosta jalkapallo muodostuu? Entä kuinka monesta kuusikulmiosta?

Viisikulmioiden määrä on helppo laskea pallosta. Niitä on siis _____ kappaletta. Jokaista viisikulmiota puolestaan ympäröi _____ kuusikulmiota. Jokainen kuusikulmio kuitenkin liittyy _____ viisikulmioon (eli jakaa särmänsä _____ viisikulmion kanssa), jolloin ne tulee lasketuksi _____ kertaa mukaan jokaista viisikulmiota kohden. Kuusikulmioita on kaikkiaan siis _____ $\cdot P/3$, jossa P (*pentagon*) on viisikulmioiden lukumäärä eli _____ \cdot _____ $/3 =$ _____.

2. Mitä säännönmukaisuuksia huomaat viisikulmioiden ja kuusikulmioiden järjestäytymisessä ja lukumäärissä suhteessa toisiinsa?

1. _____

2. _____

3. Kuinka monta 4DFrame-putkea on jalkapallossa eli kuinka monta särmää on tyypistetyssä ikosaedrissa? Miten tulokseen päästään?

4. Entä kuinka monta 4DFrame-liitintä on jalkapallossa eli kuinka monta kärkeä on tyypistetyssä ikosaedrissa? Miten tulokseen päästään?

5. Minkä suuruiset ovat viisikulmion kulmat? Entä kuusikulmion kulmat? Miten tulokseen päästään?

Vastaukset:

1. Viisikulmioiden lukumäärä on helppo laskea pallosta. Niitä on siis **12** kappaletta. Jokaista viisikulmiota puolestaan ympäröi **viisi** kuusikulmiota. Jokainen kuusikulmio kuitenkin liittyy **kolmeen** viisikulmioon (eli jakaa särmänsä **kolmen** viisikulmion kanssa), jolloin ne tulee lasketuksi **kolme** kertaa mukaan jokaista viisikulmiota kohden. Kuusikulmioita on kaikkiaan siis $5 \cdot P/3$, jossa P (*pentagon*) on viisikulmioiden lukumäärä eli $5 \cdot 12/3=20$.

2. Säännönmukaisuus:

- Jokaista viisikulmiota ympäröi viisi kuusikulmiota.
- Jokaista kuusikulmiota ympäröi kolme viisikulmiota ja kolme kuusikulmiota.

3. Jalkapallon 4DFrame-putkien eli tyvistetyin ikosaedrin särmien lukumäärä saadaan selville esim. seuraavilla kahdella eri tavalla:

Tapa 1. Lasketaan yhteen viisi- ja kuusikulmioiden särmien lukumäärät ja jaetaan saatu tulos kahdella, koska jokainen viisi- ja kuusikulmion särmä on kiinni kahdessa tahkossa. Särmien lukumäärä jalkapallossa on tällöin $(P \cdot 5 + H \cdot 6)/2$, jossa P (*pentagon*) on viisikulmioiden lukumäärä ja H (*hexagon*) on kuusikulmioiden lukumäärä eli $(12 \cdot 5 + 20 \cdot 6)/2 = (60 + 120)/2 = 180/2 = 90$.

Tapa 2. Lasketaan yhteen viisikulmioiden särmien lukumäärä ja viisikulmioiden kärjistä lähtevien särmien lukumäärä jaettuna kahdella, koska jokainen viisikulmio jakaa jokaisen kärjestään lähtevän särmän yhden muun viisikulmion kanssa. Särmien lukumäärä jalkapallossa on tällöin $P \cdot 5 + P_k \cdot P/2$, jossa P (*pentagon*) on viisikulmioiden lukumäärä ja P_k on yhden viisikulmion kärjistä lähtevien särmien lukumäärä eli $12 \cdot 5 + 5 \cdot 12/2 = 60 + 30 = 90$.

4. Jalkapallon 4DFrame-liittimien eli tyvistetyin ikosaedrin kärkien lukumäärä saadaan laskemalla yhteen viisi- ja kuusikulmioiden kärkien lukumäärä ja jakamalla saatu tulos kolmella, koska jokaisesta kärjestä lähtee kolme särmää. Kärkien lukumäärä on tällöin $(P \cdot 5 + H \cdot 6)/3$, jossa P (*pentagon*) on viisikulmioiden lukumäärä ja H (*hexagon*) on kuusikulmioiden lukumäärä eli $(12 \cdot 5 + 20 \cdot 6)/3 = (60 + 120)/3 = 180/3 = 60$.

5. Viisikulmion kulman suuruus saadaan jakamalla viisikulmio kahdella lävistäjällä kolmeksi kolmioksi ja laskemalla saatujen kolmioiden kulmien suuruudet yhteen ja jakamalla tulos viidellä eli $180 \cdot 3/5 = 108$.

Kuusikulmion kulman suuruus saadaan jakamalla kuusikulmio yhdellä lävistäjällä kahdeksi nelikulmioksi ja laskemalla saatujen nelikulmioiden kulmien suuruudet yhteen ja jakamalla tulos kuudella eli $360 \cdot 2/6 = 120$.

Vinkki: Minkä tahansa monikulmion kulmien summa saadaan vähentämällä kulmien lukumäärästä kaksi ja kertomalla saatu tulos 180:llä eli kaavalla $(n-2) \cdot 180$. Kulman suuruus saadaan luonnollisesti jakamalla kulmien summa kulmien lukumäärällä.